

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: A1. $P(A) \geq 0$ A2. $P(\Omega) = 1$ A3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0) \text{ e } M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}; X \sim G(\alpha, \lambda) \Rightarrow M_X(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^\alpha; \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n};$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}; (n-1)S'^2 = n S^2; X \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}$$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar um hotel ao acaso e observar se um cesto de fruta de cortesia é oferecido é contínuo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que $P(A)=0,6$ e $P(B)=0,4$ e $P(A \cap B)=0,1$. Então os acontecimentos A e B não são independentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se A e B são incompatíveis então $P(A \cap B)=P(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A percentagem do e-comércio nas transacções comerciais de uma empresa pode ser representada por uma variável aleatória contínua.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam a e c números inteiros ($a < c$). Se X é uma variável aleatória contínua então $P(a < X < c) \neq F_X(c) - F_X(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma variável aleatória contínua então $\forall x \in \mathbb{R}, F(x+h) - F(x) > 0$ quando $h < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a variável aleatória X é discreta e $Y = \varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y pode ser discreta, contínua ou mista	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $E(X) \cdot E(Y) \neq E(XY)$, então X e Y não são independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se o conjunto D_X for finito, e X for uma variável aleatória discreta o valor esperado existe sempre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A probabilidade condicionada $P(X \leq x Y \leq y) = F(x, y) / F_Y(y)$ com $F_Y(y) \neq 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^3) = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

A experiência que consiste em seleccionar um aluno do ISEG e registar a cor dos cabelos é uma experiência de Bernoulli		
Num processo de Poisson o número de eventos que ocorrem em dois intervalos de tempo disjuntos são independentes.		
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a + 4)$ $a \in \mathbb{R}$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x) nele contido é igual a um quarto da respectiva amplitude.		
Se o número de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é bem representado pela variável X com média λ , o tempo médio entre duas ocorrências consecutivas é igual a λ .		

5. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) , $n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

Sejam \bar{x}_1 e \bar{x}_2 valores concretos assumidos pelas médias de duas amostras particulares de uma mesma população X , então $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$.		
Se $n = 3$, então $Var(\sum_{i=1}^3 X_i) > Var(3X)$		
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) < 0.5$ então $x > 0$.		
(X_1, X_n) é uma estatística.		

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$) independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos

que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$.

[Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis

$Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: A1. $P(A) \geq 0$ A2. $P(\Omega) = 1$ A3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$; $E(Y) = E_X[E(Y | X)]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$;

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda} \lambda^x) / x!$ ($\lambda > 0, x = 0, 1, \dots$); $X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x}$ ($n > 1, x = 0, 1, \dots, n$)

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ($x > 0$); $X \sim G(\alpha, \lambda) \Rightarrow M_X(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^\alpha$; $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$;

$(n-1)S'^2 = nS^2$; $X \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow E(X) = n$; $\text{Var}(X) = 2n$; $M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}$, $s < \frac{1}{2}$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar uma família ao acaso e observar o rendimentos do respectivo agregado familiar é discreto.		
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que $P(A)=0,6$ e $P(B)=0,4$ e $P(A \cap B)=0,1$ Então os acontecimentos A e B são incompatíveis.		
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se $A \subset B$ então $P(A-B)=0$		
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $A_i \cap A_j = \emptyset \forall i, j = 1, 2, 3$ ($i \neq j$).		

2. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

O tempo que decorre entre a encomenda on-line e a satisfação da mesma por uma empresa pode ser representado por uma variável aleatória discreta.		
Sejam a e c números inteiros ($a < c$). Se X é uma variável aleatória discreta então $P(a < X < c) = F_X(c) - F_X(a)$		
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x \in D_X, F(x+h) \leq F(x)$ quando $h < 0$		
Se a variável aleatória X é contínua e $Y = \varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y só pode ser contínua ou mista		

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

V F

Se $E(X) \cdot E(Y) \neq E(XY)$, então nada se pode concluir sobre a independência de X e Y		
Se X for uma variável aleatória discreta, o valor esperado de X pode não existir.		
A probabilidade condicionada $P(Y \leq y X \leq x) = F(x, y) / F_Y(y)$ com $F_Y(y) \neq 0$		
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^2) = 0$.		

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
As vendas diárias num stand automóvel que tem um stock diário de 2 carros pode ser representado por uma distribuição Bernoulli.		
A variância de uma variável aleatória com distribuição de Poisson é igual ao quadrado da respectiva média.		
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a + 2)$ $a \in \mathbb{R}$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x) nele contido é igual a metade da respectiva amplitude.		
Se o número médio de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é igual a λ , o tempo médio que decorre até à 3ª ocorrência consecutiva é igual a 3λ .		

5. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) , $n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Sejam \bar{x}_1 e \bar{x}_2 valores concretos assumidos pelas médias de duas amostras particulares de uma mesma população X , então, pode acontecer que $\bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$.		
Se $n = 3$, então $Var(\sum_{i=1}^3 X_i) < Var(3X)$		
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) < 0.5$ então $x < 0$.		
$(X_1 + X_n)/\sigma$ é uma estatística.		

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$) independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos

que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$.

[Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: A1. $P(A) \geq 0$ A2. $P(\Omega) = 1$ A3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); X \sim G(\alpha, \lambda) \Rightarrow M_X(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^\alpha; \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n};$$

$$(n-1)S'^2 = nS^2; X \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}$$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar um mês ao acaso e observar a taxa de inflação ocorrida nesse mês é contínuo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que $P(A)=0,6$ e $P(B)=0,4$ e $P(A \cap B)=0,24$. Então os acontecimentos A e B são independentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se $B \subset A$ então $P(A-B)=P(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O número de dias que decorre entre a encomenda on-line e a satisfação da mesma por uma empresa pode ser representado por uma variável aleatória discreta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam a e c números inteiros ($a < c$). Se X é uma variável aleatória discreta então $P(a < X < c) \neq F_X(c) - F_X(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma variável aleatória contínua então $F(x) - F(x + h) > 0$ quando $h < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a variável aleatória X é discreta e $Y = \varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y só pode ser discreta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $E(X) \cdot E(Y) = E(XY)$, então X e Y são independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
O valor esperado de uma variável aleatória contínua existe sempre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A probabilidade condicionada $P(X \leq x Y \leq y) = F(x, y) / F_Y(y)$ com $F_Y(y) \neq 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^5) = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A experiência que consiste em seleccionar um aluno do ISEG e verificar se passou a Estatística 1 é uma experiência de Bernoulli.		
Num processo de Poisson o número de eventos que ocorrem em dois intervalos de tempo ou espaço disjuntos são independentes		
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a + 6)$ $a \in \mathbb{R}$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x) nele contido é igual a um sexto da respectiva amplitude.		
Se o número médio de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é igual a λ , o tempo médio entre duas ocorrências consecutivas é igual a $1/\lambda$.		

5. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) , $n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Sejam \bar{X}_1 e \bar{X}_2 as médias de duas amostras de dimensão n da mesma população X . Então, em geral, $E(\bar{X}_1) \neq E(\bar{X}_2)$.		
Se $n = 3$, então $Var(\sum_{i=1}^3 X_i) \neq Var(3X)$		
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) > 0.5$ então $x < 0$.		
$(X_1 + X_n)/2$ não é uma estatística.		

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$) independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$. [Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário

Axiomática: A1. $P(A) \geq 0$ A2. $P(\Omega) = 1$ A3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} (\lambda > 0, x = 0, 1, \dots); X \sim B(n, \theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} (n > 1, x = 0, 1, \dots, n)$$

$$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0); X \sim G(\alpha, \lambda) \Rightarrow M_X(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^\alpha; \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n};$$

$$(n-1)S^2 = n S^2; X \sim \chi_{(n)}^2 \Rightarrow E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1 - 2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}$$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

1. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar um aluno ao acaso e observar a sua altura é discreto.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que $P(A)=0,6$ e $P(B)=0,4$ e $P(A \cap B)=0,24$. Então os acontecimentos A e B não são incompatíveis.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se $A = B$ então $P(A \cdot B)=0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
O número de produtos que uma empresa comercializa pela Internet pode ser representada por uma variável discreta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam a e c números inteiros ($a < c$). Se X é uma variável aleatória contínua então $P(a < X < c) \neq F_X(c) - F_X(a)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x \in D_X, F(x) - F(x + h) > 0$ quando $h < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a variável aleatória X é contínua e $Y = \varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y não pode ser discreta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x, y)$. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Se $E(X) \cdot E(Y) = E(XY)$, então nada se pode concluir sobre a independência de X e Y	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se o conjunto D_X for finito, e X for uma variável aleatória discreta o valor esperado existe sempre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A probabilidade condicionada $P(X \leq x Y \leq y) = F(x, y) / F_X(x)$ com $F_X(x) \neq 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^4) = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
A experiência que consiste em retirar uma bola de uma urna com bolas vermelhas, amarelas e azuis é uma experiência de Bernoulli.		
A média e variância de uma variável aleatória com distribuição de Poisson são iguais.		
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a + 3)$ $a \in \mathbb{R}$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x) nele contido é igual a um terço da respectiva amplitude.		
Se o número de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é bem representado pela variável X com média λ , o tempo médio que decorre até à 3ª ocorrência consecutiva é igual a $3/\lambda$		

5. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) , $n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva:

	V	F
Sejam \bar{X}_1 e \bar{X}_2 as médias de duas amostras de dimensão n da mesma população X . Então $E(\bar{X}_1) = E(\bar{X}_2)$.		
Se $n=3$, então $Var(\sum_{i=1}^3 X_i) = Var(3X)$		
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) > 0.5$ então $x > 0$.		
$\sum_{i=1}^n X_i^2 / \sigma$ não é uma estatística.		

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ ($i = 1, 2, 3$) independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$.

[Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.
- a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica média?
- 0.45 0.10 0.60 0.30
- b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \quad (0 < x < 2; \quad 0 < y < k)$$

- a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X ser inferior ao consumo diário da matéria prima Y .

- b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y . O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

3. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 10 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

- a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 14.

0.8574

0.9491

0.7919

0.9345

- b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de 2 minutos pela 1ª reclamação?

0.9975

0.4512

0.0025

0.5488

- c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

4. A duração do “chip” de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2 . Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população desses “chip” e

$$T(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ .

Use uma distribuição assintótica para aproximar θ . Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P(T(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 12)$$



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica baixa?

0.45

0.60

0.30

0.10

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \quad (0 < x < 2; \quad 0 < y < k)$$

- a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X ser inferior ao consumo diário da matéria prima Y .

- b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y . O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

- c) O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 20 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

- a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 14.

0.415 0.9496 0.0739 0.9676

- b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de 3 minutos pela 1ª reclamação?

0.9999 0.0001 0.4066 0.5934

- c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

4. A duração do “chip” de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2 . Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população desses “chip” e

$$T(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ .

Use uma distribuição assintótica para aproximar θ . Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P(T(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 12)$$



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica média?

0.10

0.60

0.30

0.70

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \quad (0 < x < 2; \quad 0 < y < k)$$

- a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X ser inferior ao consumo diário da matéria prima Y .

- b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y . O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

3. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 10 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

- a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 10.

0.9917 0.9846 0.9850 0.9696

- b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de 1 minuto pela 1ª reclamação?

0.498 0.7408 0.9502 0.2592

- c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

4. A duração do “chip” de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2 . Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população desses “chip” e

$$T(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ .

Use uma distribuição assintótica para aproximar θ . Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P(T(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 12)$$



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta?

0.54 0.30 0.60 0.10

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \quad (0 < x < 2; \quad 0 < y < k)$$

- a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X ser inferior ao consumo diário da matéria prima Y .

- b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y . O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

2. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 20 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

- a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 7.

0.9089 0.6761 0.7932 0.8829

- b) Qual a probabilidade de se ter de esperar menos de 3 minutos pela 1ª reclamação?

0.9999 0.0001 0.4066 0.5934

- c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

3. A duração do “chip” de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2 . Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população desses “chip” e

$$T(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ .

Use uma distribuição assintótica para aproximar θ . Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P[T(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 12]$$